

TESSELLATION

日本テセレーションデザイン協会

図形と空間の不思議 敷き詰め模様で遊ぼう! ②

2013.11



●日本テセレーションデザイン協会●ご案内●

日本テセレーションデザイン協会は、図形の敷き詰めを応用した新しいデザインを創作、研究するメンバーが集う団体です。1998年にローマで開催されたエッシャー会議を機に発足し、首都圏を中心に定期的に会合を開き活動しています。本協会では、テセレーションに関心のある新規会員を絶賛募集中です。ご興味のある方は、ぜひ下記サイトからご連絡ください。

mixi (テセレーション コミュニティ) http://mixi.jp/view_community.pl?id=960872

ワープド・ナノグラフィン($C_{80}H_{30}$)の テセレーションモデル

荒木 義明 (日本テセレーションデザイン協会代表)

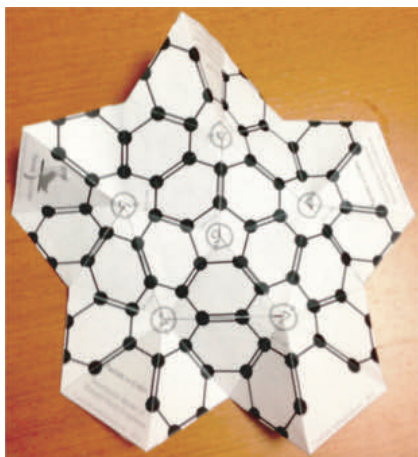


図1. ペーパーモデル上に描かれた炭素原子(黒丸)と炭素結合(黒線)

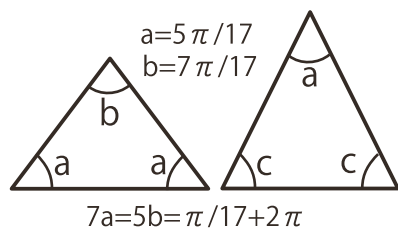


図2. 本曲面の三角形分割で現れる2種類の二等辺三角形。左の三角形(A)に20個全ての六員環が載る。右の三角形(B)は5個の7員環を支える。曲面の曲率 $-\pi/17$ は曲面上の頂点での三角形の総和(7aまたは5b)が 2π より $\pi/17$ 大きいことにより求まる。

$C_{80}H_{30}$ の触れるモデル

2013年7月に発表された世界初の負の曲率を持つナノカーボン物質のペーパーモデル(図1)を紹介します。

提案するモデルでは2種類の二等辺三角形(図2)を張り合わせ、物質にみられるたわんだ形状とその変形の様子を手で体験できます。

1985年のフラレン発見以来様々な幾何構造のナノカーボン物質が予想され発見されてきました。負の曲率を持つものは三重周期で空間を埋め尽くす安定な構造として予想がなされてきましたが、今回の発見の $C_{80}H_{30}$ はこれらの予想を大きく覆すものでした。

離散ガウス曲率 $-\pi/17$ で一定

本提案では一定の負のガウス曲率を持ち、縁をもつ(非完備な)、三角形分割された(離散的な)曲面として $C_{80}H_{30}$ をモデル化しています。

この曲率は $-\pi/17$ であり従来モデルよりもゼロに近い値です。

また従来モデルでは数学的には筋のよい完備な曲面を暗黙の前提とする傾向ありましたが、非完備を出発点として構築した本モデルは数学においても新しいものといえるでしょう。

数値計算結果との照合

本モデルから導かれる理論値は $C_{80}H_{30}$ の数値計算結果に近い値となることが分かってきています。図3の通り、5員環と7員環の重心を数値計算B3LYP/6-31G(d)の結果から導き、重心を結んだ三角形を三辺の比を求めると、図2の三角形(A)の三辺の比とほぼ合致します。

モデルの活用にもつて

今回のモデルを紐解き発展させることで、新しい負の曲率のナノカーボン物質の予想につながることが期待できるでしょう。 $C_{80}H_{30}$ の縁にさらに炭素を繋げても $C_{110}H_{30}$ までが限界で、それ以上は負の曲率を一定に保った曲面ができないことが、本モデルから予想できます。また5員環と7員環の間にさらに6員環を挟んだ高次のモデルについても本モデルから導びき、幾何学的な特性を確認できるでしょう。

このモデルは専門分野の研究者への貢献のみならずより多くの人に化学に興味を持ってもらう切っ掛けとしても期待できます。今回は親しみやすい絵柄(図4)をモデルの表面に描き、模様の面白さからモデルを手にとってもらえるように工夫しました。図5のように合同な三角形には同一のオウムの絵柄を描き、その絵柄が隙間無く途切れないテセレーション作品として仕立てています。

この連続模様を見ていると、ベンゼン環を発見したかのケクレが夢をみたようにように、あなたも新しいナノカーボン物質上でさえずる160羽のオウムの大合唱が夢に出てくるかもしれません。

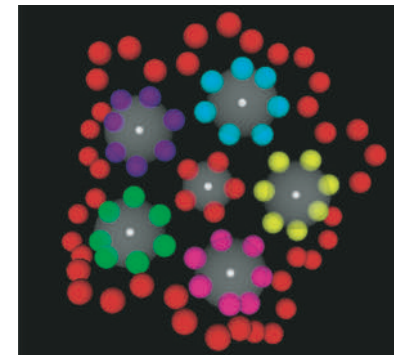


図3. 数値計算結果の炭素原子(赤,青,水色,緑,黄,桃色)と、導いた三角形の頂点(白)



図4. 炭素結合を止り木になぞらえたオウムのモチーフを採用した



図5. ペーパーモデルにオウムのテセレーションを描いたもの

ジリ・パターン

—教育ツールとしての可能性—

谷岡 一郎 (神戸芸術工科大学 理事長)

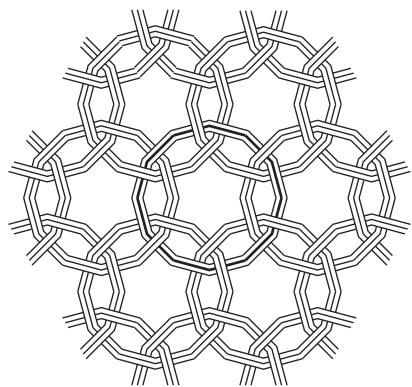


図1. アルハンブラ宮殿に見られる
ジリ・パターン

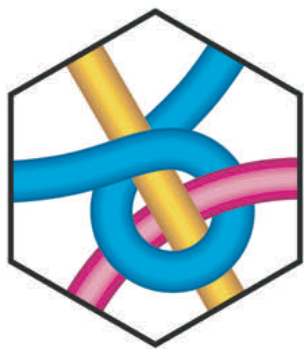


図2. ジリ・パターンのための曲線の
ラインを描いた六角形タイル

図形の教育ツール

ジリ・パターンと呼ばれるデザイン手法を用いて
小学校低学年以上の幅広い層を対象とした教育
ツールの可能性について紹介します。
この教育ツールではパズル感覚で楽しみながら図
形の基礎的な知見を習得することを目指しています。

ジリ・パターンとは

ジリ・パターン(Girih Pattern)とはラインの描か
れたタイルを敷き詰めてリボン状の連続模様を表
現するデザイン手法のことです。
イスラム寺院等の建築や工芸品の装飾としてジリ・
パターンを目にすることができます。アルハンブラ
宮殿では、図1のリボン状のものが連続的に絡み合
う美しいジリ・パターンが描かれています。

タイルの形状とタイル上のライン

ジリ・パターンのタイルは様々な組み合わせで
敷き詰めるように全ての辺長が等しい多角形形
状です。例えば正三角型や菱形、蝶ネクタイのよ
うな形状もあります。

タイル上のラインはタイルの敷き詰め方によら
ず常に途切れないように描かれます。

多くの場合、多角形タイルの辺の中点を通るか、
中点を対称に複数のラインが配置されます。

ジリ・パターンのバリエーション

図2は六角形タイルを利用したジリ・パターンの
バリエーションです。ここでは次の二つの点で新し
い試みをしています。1) 真直ぐなラインに加えて
曲線も描く。2) タイルの辺には1本のラインのみ
通る。

図3では六角形タイルを自由な向きで敷き詰め
ることでラインが幾つものタイルにまたがって絡み
合う興味深い模様を確認できます。

テセレーションへの発展

さらなる試みとしてラインに具象的なモチーフを
当てはめたテセレーションのデザインを紹介します。
図4,図5はそれぞれラインを蛇に見立てた平面と球
面上の作品です。

パターン制作作業の手順書

生徒が自分のジリ・パターンを制作するための
手順書を現在まとめています。この手順書ではイン
ストラクターが生徒をサポートしながら共同で作業
するための手順も含まれています。

この手順書により多くの生徒に図形の基礎を習得
してもらい、図形から広がる幾何学、芸術的な興味を
育むきっかけとなることを期待しています。

(執筆協力: 荒木義明)

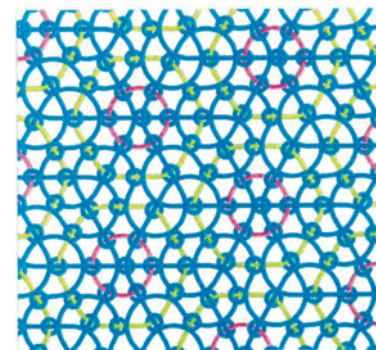


図3. 曲線のラインを描いた六角形タイル
によるジリ・パターン

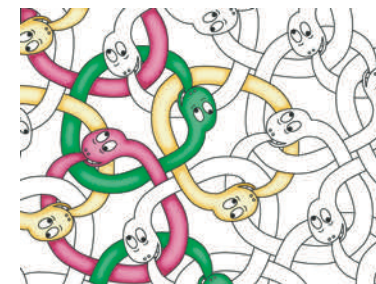


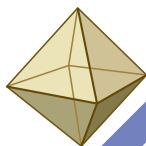
図4. ジリ・パターンから発展した蛇の平面
テセレーション模様



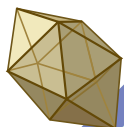
図5. ジリ・パターンから発展した蛇の
球面テセレーション模様

EVA マットによるテセレーション多面体の制作

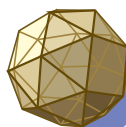
中村 誠 (テセレーションデザイナー)



八面体：正三角形 8 面 (8 ピース)



双四角錐反柱：正三角形 16 面 (16 ピース)

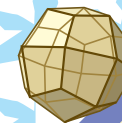


変形立方体：正三角形 32 面・正方形 6 面 (24 ピース)

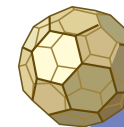
大きさへの挑戦

以前から、幾つかのピースをジグソーパズルの様に組み立てる事で、球体が出来、球面がテセレーションになるボール (テセレーションボール)、を作成して来ましたが、素材や制作上の問題で、あまり大きなサイズのボールは出来ませんでした。

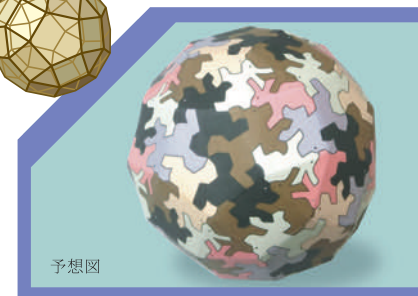
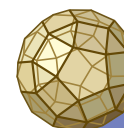
今回は大きさの問題を解決する事を主眼に、球体ではありませんが、多面体で、なるべく大きなサイズに組み立てられる作品作りに挑戦しました。



風形二十四面体：風形 24 面 (24 ピース)



切頂二十面体：正五角形 12・正六角形 20 (60 ピース)



予想図

斜方二十・十二面体：正三角形 20・正方形 30・正五角形 12 (120 ピース)

EVA マットのテセレーション多面体

本体は EVA (エチレンビニールアセテート) マットで、スポンジ状で軽く、柔らかく、燃やしてもダイオキシン等の有害物質が発生せず、子供の玩具の材料等にも広く使用されているものです。

今回は市販の 30×30 センチのフロアーマットをレーザーカッターでカットして作成しました。

1 ピースを最大サイズで作ると、4 面体で約 35 センチ大、24 面体で約 45 センチ程の大きさになります。大きさはピースの数に比例するので、理屈としては際限なく大きく出来ますが、自重や歪み等で、今のところ 60 ピース位が限界の様です。

準周期タイリングから生まれるアート ー立方体箱詰めパズルー

渡辺 泰成 (ISTA: 科学芸術学際研究所)

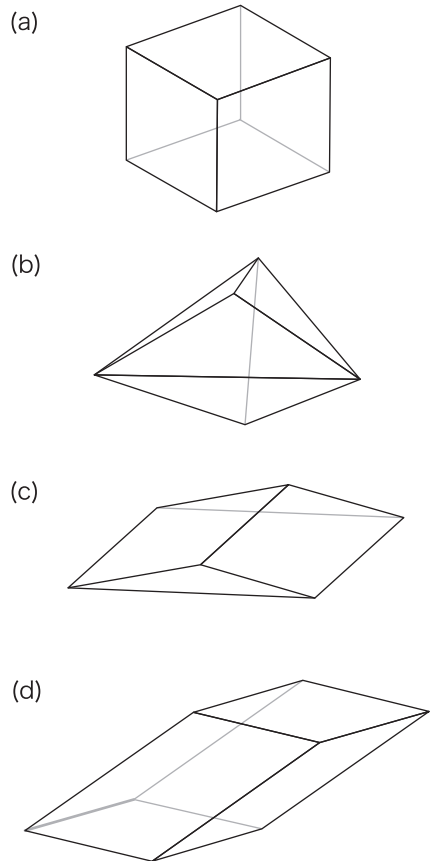


図1. 4種類のパズルのピースと個数

(a) 立方体x 1個 (b) 菱形十二面体の
8等分割x 4個 (c) 菱形平行六面体の
2等分割x12個※鏡像含む
(d) 一対が正方形の平行六面体x6個

新しい立体パズル

2 3 個の 4 種類の立体図形を立方体の箱に隙間なく詰め込む新しいパズルを紹介します。

完成したパズルのカタチが立方体(図3)という美しさに加え、その表面に面白い特徴が見られます。どの面をみても同じ模様(図4)を現れるのです。

本パズルは準周期タイリングの研究から生まれたもので、知れば知るほど奥の深い世界が見えてきます。

単位格子

図1の 4 種類のパズルのピースは、図2の立方八面体の中心から面を垂直に貫く 7 本の独立なベクトルから 3 本のベクトルの組を 4 つ選ぶことで求めることができます。これらを準周期格子の単位格子と呼び、平行六面体が元になっています。(a)はすべての面が正方形の平行六面体である立方体 (b)は 4 つの平行六面体からなる菱形12面体(第 1 種)をもとにしており、その面の対角線を通るように8等分割した形状 (c)は菱形平行六面体の対の面をその対角線で2等分した形状 (d)は 2 つの面が正方形からなる平行六面体です。

準周期格子

複数の単位格子を織り交ぜてできる準結晶構造の格子を準周期格子と呼びます。この格子はくりかえし(周期)がありませんが、回転や鏡映などの対称はあります。

先の 4 種類の単位格子を集合することで自分自身をそれぞれ相似拡大した単位格子を形成できます。今回のパズルでは完成形の立方体がピースの立方体(a)を相似拡大したものにあたります。

テセレーションとしての面白さ

本パズルのテセレーションへの応用は 2 つあります。一つは立方体の変形による立体テセレーション。もう一つは完成形の立方体の表面模様を利用した平面テセレーションで、図4の展開図の通り、模様の配置も興味深いです。図5のように内接球に射影すると面白さがより引き立つでしょう。

本作品はISTA箕曲在道氏、池上佑司氏との共同制作です。

(執筆協力: 荒木義明)

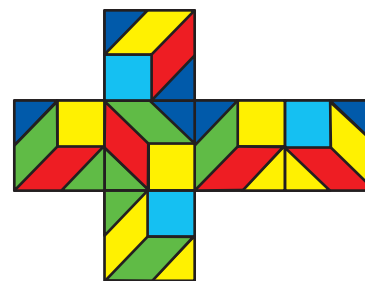


図4. 完成形の立方体展開図の表面模様

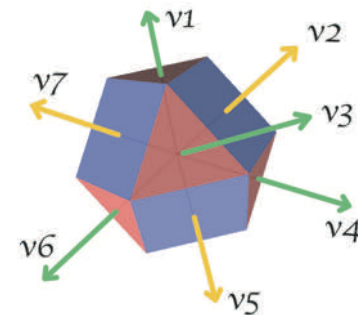


図2. 立方八面体とその中心から面を貫く7本の独立なベクトル

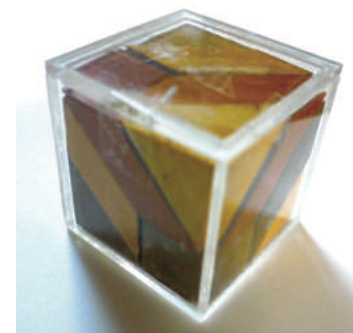


図3. 立方体パズルの完成形

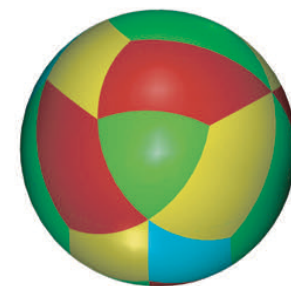


図5. 完成形の立方体の内接球に表面の模様を射影してできる球面タイリング

フラクタルな構造と輪郭をもつ テセレーションのデザイン

渡辺 泰成 (ISTA: 科学芸術学際研究所)

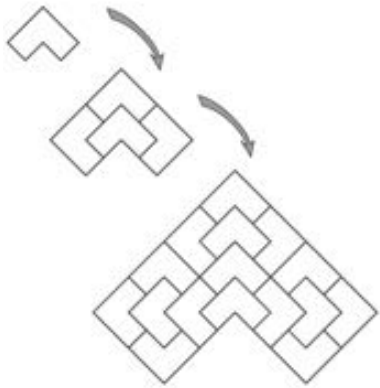


図1. 自己相似置換タイリングの例

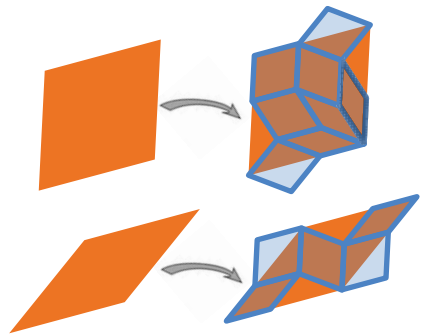


図2. 鋭角72度の太い菱形と
鋭角36度の細い菱形が
相互に置換し合うルール

フラクタルテセレーション

フラクタルによるフワフワした毛並みの動物テセレーションの作品を紹介します。フラクタルとは、縮尺を変えても複雑で類似した形状がどこまでも現れる特徴のことです。

フラクタルは動物の輪郭(図4)だけでなく敷き詰めた全体のカタチにも特徴が現れます。動物が集まったカタチが全体として一匹の大きな動物のカタチに見えるのです(図5)。

自己相似置換タイリング

タイリング理論において「置換」とは、あるタイルを拡大し複数のタイルで置き換えるルールのことをいいます。例えば図1の「へ」の字型タイルを拡大したものを同じ「へ」の字の4枚のタイルで置き換えることができます。

図2のように置き換えた後のタイルが拡大した元のタイルのカタチをはみ出ても総面積が変わらなければ問題ありません。

またタイルのカタチについても多角形に限りません。タイルの真直ぐな辺を曲線に変形しても置換タイリング可能なルールも存在します

置き換えた後の複数タイルの輪郭がもとのタイルと相似になる置換のことを特に「自己相似置換」と呼びます。興味深いことにフラクタルの輪郭をもつタイルをうまく見つければ、どの置換タイリング可能な置換ルールも自己相似タイリングができることが知られています。

うさぎのテセレーション

今回は図2の置換ルールを持つ2種類の菱形を題材とします。これらの菱形は10次元の超立方体を2次元空間へ投影して得られたものです。

自己相似置換ができるフラクタルタイルは図2の置換ルールを無限に繰り返した輪郭として得られる。2回ルールを適用した時点でおおよそフラクタルタイルに近似したカタチが得られます。図3では細い菱形ベースにジャンプしたうさぎ1匹描いています。太い菱形には座っている2匹のうさぎを描きました。図4は自己相似置換可能なフワフワな毛並みのうさぎで、図5は敷き詰められたうさぎの集合体としてのうさぎです。

展示ブースではポスターによるうさぎの詳細な画像と犬をモチーフにしたテセレーション作品を展示します。本作品はISTAの池上佑司氏との共同制作です。

(執筆協力: 荒木義明)

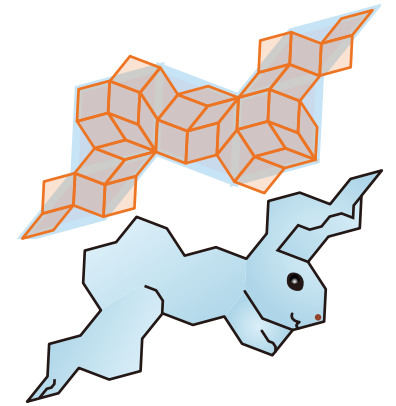


図3. 細い菱形をベースに2回置換を繰り返したタイリングとうさぎのモチーフのデザイン

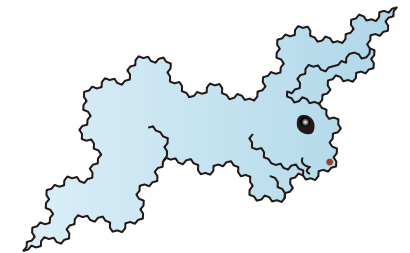


図4. 自己相似置換タイリング可能な
フラクタルタイルによるうさぎ

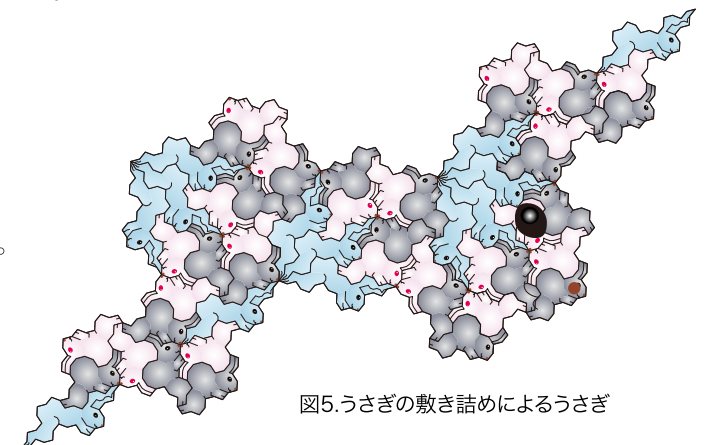


図5. うさぎの敷き詰めによるうさぎ