

TESSELLATION
日本テセレーションデザイン協会

図形と空間の不思議
敷き詰め模様で遊ぼう!

2012.11



●日本テセレーションデザイン協会●ご案内●

本協会は、図形の敷き詰め(テセレーション)を応用したデザインの創作に関心のある会員からなる任意団体です。1998年にローマで開催されたエッシャー会議を機に発足し、首都圏を中心に定期的に会合を開き活動しています。本協会では、テセレーションに関心のある新規会員を絶賛募集中です。ご興味のある方は、ぜひ下記サイトからご連絡ください。

mixi(テセレーションコミュニティ) http://mixi.jp/view_community.pl?id=960872

INTRODUCTION



アルハンブラ宮殿の壁画装飾

日本の伝統模様

連続柄の洋服やカーテン、タイル張りの舗道や建築物、わたし達の身の周りは同じ形状の図形の組み合わせで溢れています。ミクロの世界に目を移しても、結晶や分子の構造の多くは、同じ形状の図形の組み合わせとして捉えることができます。

これらの図形の組み合わせをじっくり観察してみると、さまざまな疑問が沸き起こってこないでしょうか。
・どんな図形だったら空間に敷き詰めることができるのか？

・図形の敷き詰め方は一つしかないのだろうか？
・平面じゃなくても敷き詰めはできるだろうか？

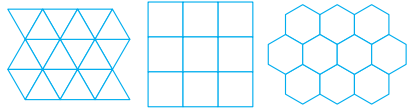
今回の展示では、そんな素朴な疑問に答えるために、動物を題材とした図形の敷き詰め模様を紹介します。ここで紹介する動物たちを隙間なく組み合わせ、その模様を楽しんでいただけると幸いです。

どんな図形だったら空間に敷き詰めることができるのか？

空間に敷き詰める図形には、いくつかのルールがあります。図1の通り平面上の動物たちの図形を例に、その形状を頂点と曲線に分解して説明します。

頂点とは曲線の両端となる点で、敷き詰めた際には他の図形の頂点と重なるような配置されるものとします。また曲線については、一つの図形の中に同じ形状の曲線を必ず複数含む必要があります。

[敷き詰め可能な正多角形]



正三角形

正四角形

正六角形

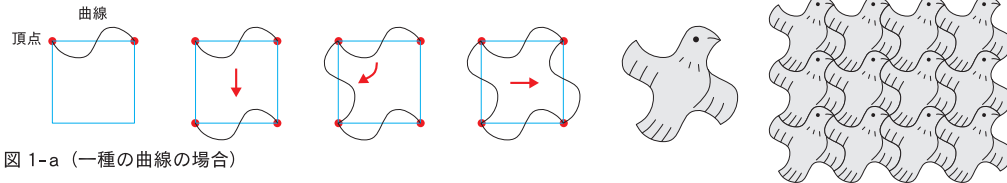


図1-a (一種の曲線の場合)

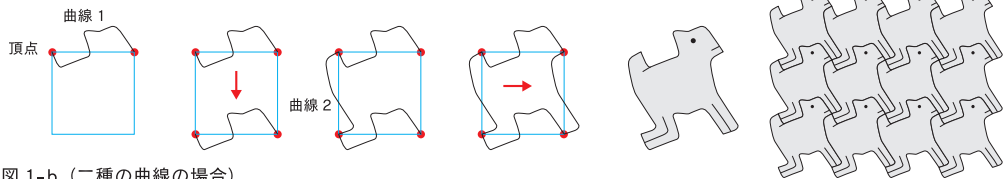
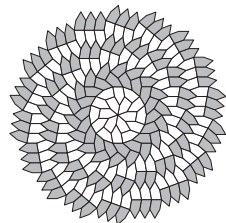
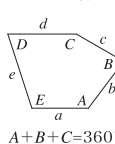


図1-b (二種の曲線の場合)

凸五角形 Type1



この基本ルールに従えば、これらの動物たちに限らず様々な複雑な図形で敷き詰めができます。特に曲線については、敷き詰めた際に他の曲線と交差しなければ、お好みの形状を自由に描くことができるでしょう。ただ、この基本ルールだけを満たしても必ず敷き詰められる図形が作れるとは限りません。必ず敷き詰められる図形をつくる詳細なルールが解明されているものも多ありますが、数学的に未解明な問題も存在しています。

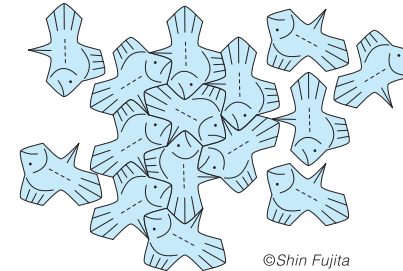
図形の敷き詰め方は一つしかないのだろうか？

一つの図形の敷き詰め方は一つとは限りません。複数の図形同士の組み合わせ方が複数あれば、敷き詰め方もバリエーションに富む場合があります。

1. 魚

図2の魚は1種類6本の曲線からできており、魚同士の組み合わせを複数選ぶことができます。実際この図形は様々な敷き詰めができ、パズルとして楽しめます。

図2



©Shin Fujita

2. カブトムシ

図3のカブトムシは3種類72本の曲線からできています。この図形は、複雑な方法でしか敷き詰めできないという特殊な性質（非周期性）をもつ初めての例として最近発見されました。

平面じゃなくても敷き詰めはできるだろうか？

今回の展示では、ボール上（球面）と、3次元空間での敷き詰めの例について紹介します。

1. ボール上のワニ

図4では24匹のワニが組み合わせり、球面を埋め尽くしています。このワニの図形は、平面上で組み合わせ、無限に敷き詰める事ができるように作り替える事もできます。

図4: カエル、恐竜、ワシ、ワニ、古代魚、アマノロカリス



©Makoto Nakamura

2. 立体の鹿

図5の鹿は、5層の板上からなる立体として、空間を埋め尽くすことができます。3次元空間の図形では頂点と曲線に加えて、面についても組み合わせを考慮する必要があります。

図5



菱形を楽しくする敷き詰め模様

荒木 義明 (日本テセレーションデザイン協会代表)

http://mixi.jp/view_community.pl?id=960872

概要

菱形の魅力を引き出す敷き詰め模様（テセレーション）の描き方を紹介します。今回は菱形を2種類の要素に分割することで、楽しい動物等の絵柄を描き易くなることがわかりました。

菱形の敷き詰め

菱形とは全ての辺の長さが同じ四角形の総称で、どの辺も長さが同じなので辺同士をピッタリと張合わせることができます。また鋭角の角度の違う様々な菱形が存在します。どんな角度の菱形でも辺同士の組合せにより図1のように平面を規則的に敷き詰められます。さらに角度によっては図2や3のような特殊な敷き詰めも可能です。

菱形の辺の連動ルール

今回の目的は、菱形の上に絵柄を描き菱形を様々な敷き詰めを行なった上でその絵柄が崩れることなく連続模様となることです。菱形の辺を少しずつ折り曲げ他の辺も連動して折り曲げて絵柄を描けば、隣の絵柄と重なることを回避できます。図4は連動させて折り曲げる辺とその向きのルールを図示したものです。図5はルールで描いた絵柄の一例ですが、連動する辺数が多いため絵柄が単調になりやすい特徴があります。

新しい絵柄のための菱形の分割

図5の単調さを克服するために、今回は絵柄の種類を2つ増やすことで1つの絵柄における連動する辺数を抑えました。分割のルールは図6のように図示でき、以下の5つの特徴をもちます。図7はこのルールで描いた2種類の魚の絵柄で、図8は絵柄を複雑に敷き詰めたものです。

1. 菱形を閉じた2種類の要素に分割すること
2. 図4のルールを適用後に分割してもよいこと
3. 要素内の連動し合う辺は2つまでとする
4. 要素内の同種の辺が同一線上にないこと
5. このルールを様々な菱形に適用できること

球面上の敷き詰め

さらに菱形を球面などの曲面上に敷き詰めることもできます。下の図では14枚の菱形を複雑に球面に敷き詰めたものに2種類の魚が描かれています。

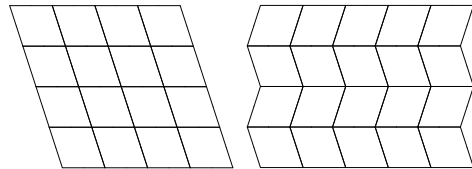


図1. どの角度での菱形でも可能な2種類の敷き詰め

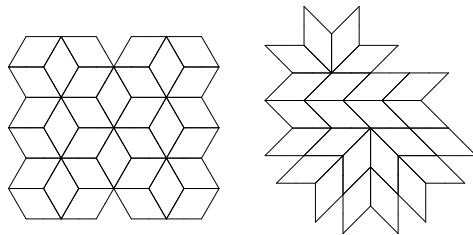


図2. 角度 $\pi/3$ 度の菱形の敷き詰め

図3. 角度 $\pi/4$ 度の菱形の敷き詰め

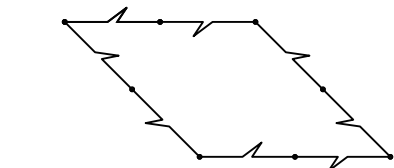


図4. 菱形の辺の連動ルール

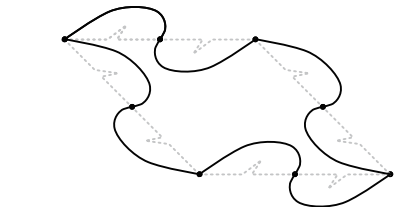


図5. 菱形の辺の連動ルールによる絵柄

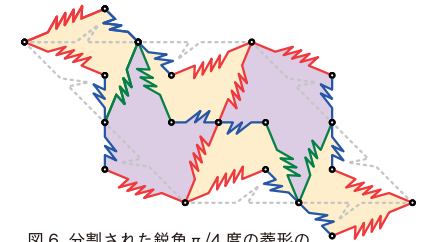


図6. 分割された鋭角 $\pi/4$ 度の菱形の辺の連動ルール

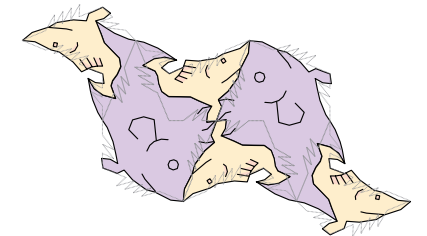


図7. 分割された菱形の辺の連動ルールによる2種類の魚の絵柄



図9. 鋭角 $2\pi/7$ 度の球面菱形を分割して描いた2種類の魚の複雑な敷き詰め

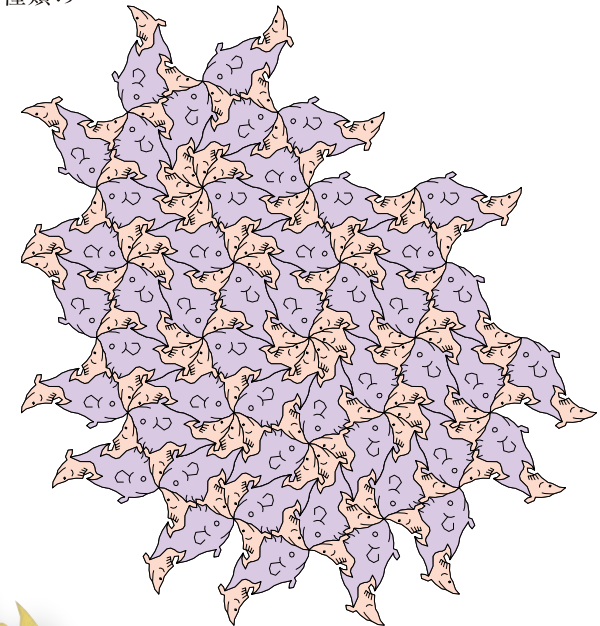
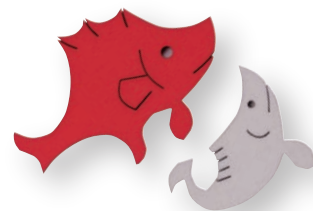


図8. 2種類の魚の絵柄による敷き詰め

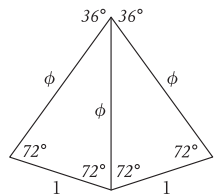
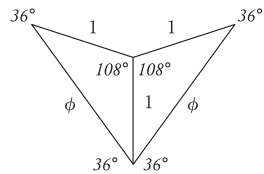


ペンローズ・タイル New Design:「キンドラーとゴジベエ」

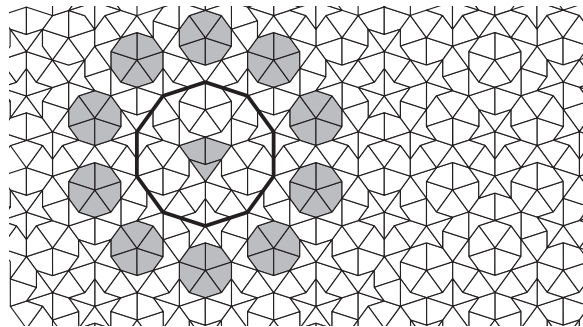
谷岡 一郎 (大阪商業大学)

ペンローズ・タイル

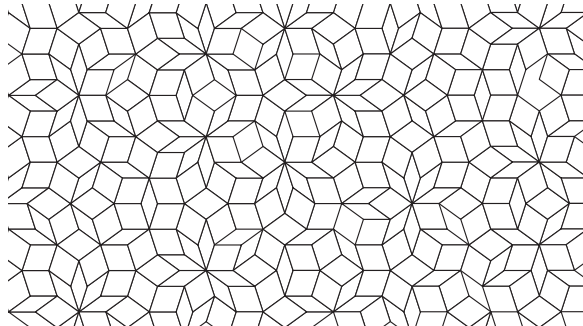
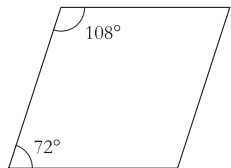
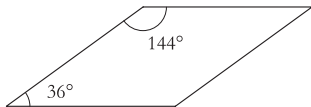
「ペンローズ・タイル」とは、イギリスの物理学者、ロジャー・ペンローズ博士が1972年に発見した2種類のタイルのことです。この2種類は平面を敷きつめることができますが、特定のルールに従えば（凹凸をつけて強制すれば）、不思議なことに周期的パターンにはなりません。図のように、放射状に外に広がっていくのです。



[ヴィオラ、2005]



その後、同じ性質を持つもうひと組のペンローズ・タイル（こちらを「タイプB」と呼んでおく）が発見されましたが、こちらは両方とも菱形です。



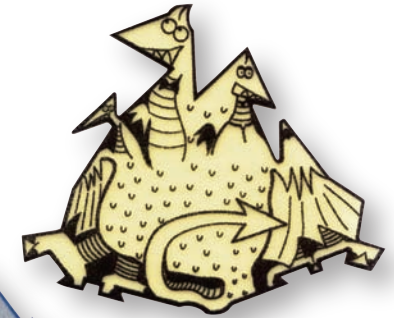
準結晶

そのようなものは存在しないとされていた、ペンローズ・タイルに似た5回（10回）対称構造の結晶は、人為的ではありますが作られました。この構造を作り出したイスラエルのダニー・シェヒトマンは2011年のノーベル賞に輝きました。

2007年には、イスファハン（イラン）の寺院において、ペンローズ・タイルと同じコンセプトで張られた約3800枚のタイル模様が見つかり、これによりペンローズ・タイルのコンセプトは、15世紀のイスラム世界ですでに発見されていたことが判明しました。

ペンローズ・タイルは、一定の組合せルールを強制するためにデコボコをつけることで、美しいデザインのパズルになります。

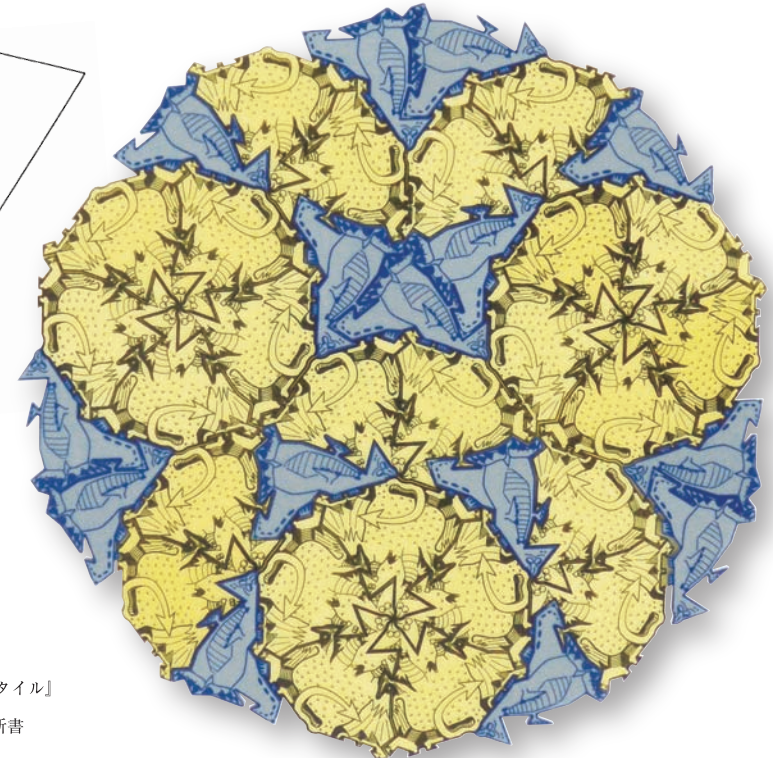
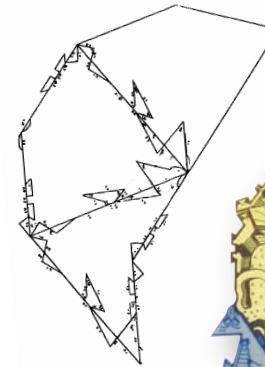
今回のデザインはむかしの怪獣映画で観たキングギドラとゴジラをモチーフとしています。



キンドラー



ゴジベエ



『エッシャーとペンローズ・タイル』
谷岡 一郎
PHPサイエンス・ワールド新書

テセレーションボールの制作

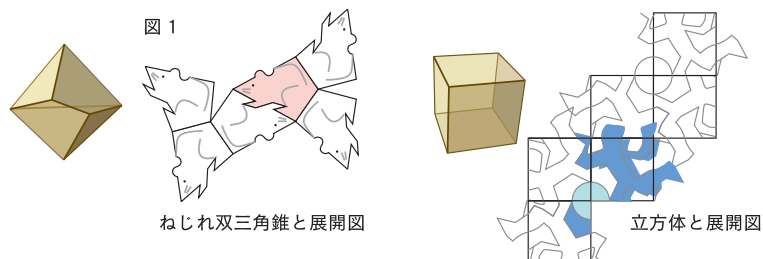
中村 誠 (テセレーター)

Tessellation World of Makoto Nakamura
<http://www.k4.dion.ne.jp/~mnaka/home.index.html>
 E-Mail : mnaka@y8.dion.ne.jp

多面体のテセレーション

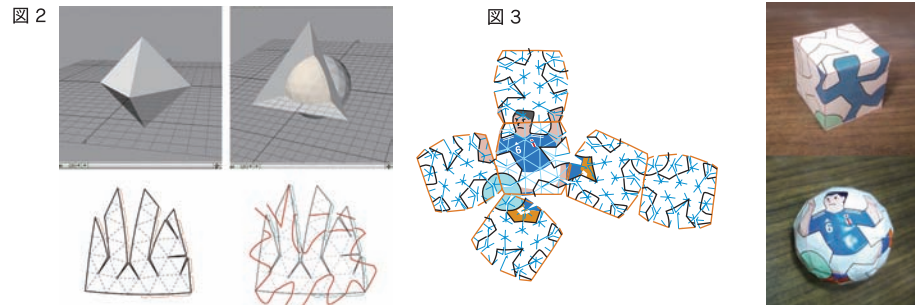
テセレーションボール（球面状の敷き詰め模様）は多面体を基礎にして制作します。多面体の表面にテセレーション展開する時、ほとんどの場合平面の敷き詰めルールが適応されません。例えば、図1の様に、六面体のテセレーションを展開図にすると、平面上に無限に敷き詰める事が出来ません。*

※図のベクトルが1方向の場合。



多面体から球体へ

多面体から球体の展開図を変換するには3Dのソフトで球面を均等分割して、展開図制作ソフトで球面の展開図を作ります。図2は3Dで8面体の1面を球面に切り取って展開図を作成した例。多面体を球面に変形すると、多面体の作図のままでは曲面により変形するので、球面にした時の図が正しいイメージになる様に、曲面に合わせて図の補正をします。図3は図1の立方体の展開図を球面の展開図に変形した例です。多面体を構成する面の数が少ない程、球面に変形した場合の図の変化が大きくなります。



テセレーションボールの作成



左から順に：①紙にプリントアウトした球体展開図を組み立てて球体を作る。②球体上に油土等で原型を作る。③石膏でマスターモデルを作る。④型取り用シリコンで雌型を作る。⑤軽量粘土等で型起こして球体分のパーツを作る。

テセレーションボールは球面上に敷き詰め模様を施したものを言います。しかし、3D画像等の単に視覚的体験ではなく、テセレーションボールを実際に実現し、手に取って見てパーツを組み立てられるのは新しい新鮮な体験となるでしょう。ここで制作されたものは軽量粘土をいくつかの素材で比較的手軽な制作方法で作られています。



複数モチーフ展開：「十二支動物しきつめ Ver.1 / Ver.2」

藤田 伸（有限会社リピートアート）

<http://www.shinfujita.com/>

きっかけ

鳥や魚などのシルエットを使って、隙間なくエンドレスにつながる模様（通称：エッシャー・パターン）に魅せられて、独自にしくみの研究をかさねてきました。

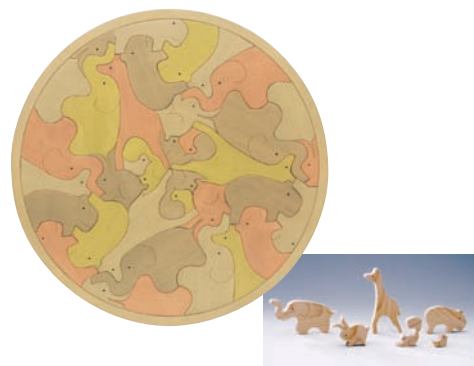
2004年、息子がお世話になった保育園の理事長さんから、「園舎建替えの際、記念の玄関プレートのデザインを考えて欲しい」という依頼を受けました。その保育園はゼロ才児から順に、ひよこ・りす・うさぎ・かば・きりん・ぞう、というクラス名が付けられていたので、それら6種の動物による“しきつめ図版”を考案しました。

これが、私が複数モチーフによる“しきつめ”創作を手がけるようになったきっかけです。

6種から12種へ

6種の動物による“しきつめ図版”成功を得て、次は十二支動物による12種“しきつめ”に着手しました。今度は、依頼を受けてではなく、純粋に自身に対するチャレンジです。同時に、それぞれの動物の単体での“しきつめ”も完成させることができました。

それを2010年のSICF展に出品したところ、商品化の賞を受賞しました。レーザー加工機を導入して、慣れない製品づくりがスタートしました。



東京都目黒区緑丘保育園、世田谷区尾山台保育園



Repeat Animals Ver.1



MagnetCardstand



トロテック社レーザーマシン



Ver.1からVer.2へ

はじめに手がけた十二支動物の“しきつめ図版”は、図版としては十分に満足できるものでしたが、商品にしてみると、あらたな問題ができました。子どもが無造作に扱うと、ポキッと折れやすい箇所（ウシの尻尾やトリの足など）があったり、小さなパーツを紛失されたり…。

そのため子ども向けに、極端に細い箇所がなく大きさも揃っている Ver.2 も考案しました。図版創作の苦労を仮に10とすると、商品化においては100以上の苦労を強いられる—それが私の実感です。

テクニカル・メモ

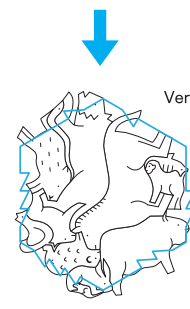
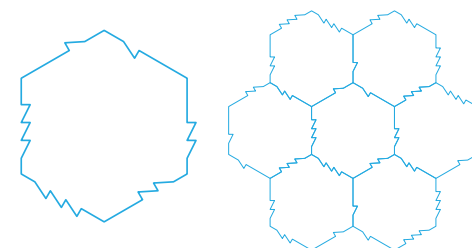
“複数しきつめ”考案に際して、私は右図の正六角形格子・マッチングルールを選択しました。このタイプは、①3種の線を使える、②スペース的に使いやすい、③組合せに回転移動が入るので面白い、などの理由で“複数しきつめ”に適していると思います。

描画は、Adobe Illustratorというソフトを使用していますが、他に Corel DRAW もレーザーカットを前提にする場合はマシンとの相性が良いようです。

正六角形格子以外の例として、現在制作中の10種のクリスマス・モチーフによる“しきつめ”を下に載せておきます。



Repeat Animals Ver.2



Ver.1



Ver.2

